TP 3 : Résolution de systèmes linéaires

L'objectif de ce TP est de comparer l'efficacité de plusieurs algorithmes de résolutions de systèmes linéaires. Nous vous donnons trois fichiers ".mat" contenant les éléments nécessaires pour formuler trois systèmes linéaires de tailles différentes (taille 4, taille 500 et taille 5000). Ces trois matrices sont des matrices carrées, symétriques et diagonales dominantes, elles satisferont toutes les conditions nécessaires pour le bon déroulement du TP. Notez qu'il est important de lire l'intégralité du sujet avant de commencer.

Avant de commencer

Créez un nouveau répertoire *TP3* qui contiendra l'ensemble de vos fonctions et scripts. Vous avez 4 heures pour réaliser l'ensemble du TP et deux semaines pour rendre un compte rendu résumant votre travail (pdf + scripts commentés).

1 Résolution de systèmes simples

On pose le système suivant :

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b} \tag{1}$$

Avec $\boldsymbol{A}$ une matrice de coefficients (fournie), $\boldsymbol{b}$ un vecteur de constantes (fourni) et $\boldsymbol{x}$ le vecteur d'inconnues que nous cherchons à évaluer.

1. Allez sur le site `https://perso.univ-rennes1.fr/paul.berraute/` et téléchargez les trois fichiers '*.mat*'. Mettez ces trois fichiers dans votre dossier de TP.
2. À l'aide de la fonction '*load*', chargez la petite matrice. Vous pouvez observer que deux variables ont été créées dans votre espace de travail.

NB : Il est recommandé d'effectuer les tests de vérification sur la petite matrice.

1.1 Pivot de Gauss

La méthode du pivot de Gauss, aussi appelée élimination de Gauss-Jordan peut être découpée en deux étapes : la première étape consiste à réduire la matrice augmentée en une matrice triangulaire supérieure (étape descendante), la seconde étape consiste à résoudre le système linéaire en réduisant la matrice augmentée en une matrice identité (phase montante). Pour les besoins de ce TP, nous ne considérerons que les systèmes linéaires ayant une solution unique.

1. À l'aide des éléments vu en TD ainsi que de vos connaissances, implémentez une fonction qui a pour but de transformer le système augmenté en une matrice triangulaire supérieure avec diagonale identité (première étape du pivot de Gauss).
2. Implémentez dans une nouvelle fonction, l'algorithme qui permet de résoudre le système linéaire à partir d'une matrice triangulaire supérieure et d'un vecteur de constantes (deuxième étape du pivot de Gauss).

1.2 Cholesky

La factorisation Cholesky permet d'avoir une approche différente dans la résolution du système linéaire. Nous vous recommandons de bien réfléchir sur la question 3.

1. Rappelez sur quel type de matrice vous pouvez appliquer la factorisation de Cholesky.
2. Implémentez une fonction qui prend en paramètre une matrice et retourne une matrice triangulaire supérieure obtenue grâce à la méthode factorisation de Cholesky ;
3. Quelle suite d'opérations nous allons effectuer afin de résoudre le système linéaire à l'aide de cette factorisation ?
4. Implémentez une fonction qui résout un système linéaire à l'aide de la méthode de factorisation de Cholesky.
5. Comparez votre résultat avec la fonction '*chol*' de Matlab.