

MATH-S4 - TP1 - Interpolation polynomiale : comment approcher une fonction par un polynôme ?

Il est recommandé de tout lire avant de commencer. Les informations sur le travail à rendre se trouvent à la fin du sujet.

1 Interpolation de Lagrange

1. Créez la fonction `polyLagrange(x,y)`, qui retourne $p_n(x)$, le polynôme obtenu par l'interpolation de Lagrange à partir des coordonnées des $n+1$ points d'interpolation (x_i, y_i) .
2. Dans un premier script `test1.m`, testez la fonction de la question précédente sur une fonction polynomiale de votre choix ($f_1(x) = 2x^2 + 1$, $f_2(x) = 5x^4 + x^2 + 7\dots$). Afficher la courbe de la fonction choisie et de son polynôme interpolateur.

2 Points équidistants et effet Runge

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$, nous souhaitons étudier l'efficacité de l'interpolation de Lagrange ainsi qu'identifier ses potentielles faiblesses sur l'intervalle $[-1, 1]$. Dans un premier temps, nous choisissons $n+1$ points d'interpolation équidistants.

Créez un nouveau script `test2.m` qui aura pour but d'étudier l'erreur d'interpolation en fonction de n .

1. Pour différentes valeurs de n , représentez la fonction f et le résultat de votre interpolation $p_n(x)$ (pensez à utiliser la commande `subplot`). Que pouvez-vous constater lorsque n augmente ? Selon vous, à quoi est dû ce phénomène ?
2. Représentez, dans une autre figure, le logarithme de l'erreur de votre interpolation ($\log_{10} ||f(x) - p_n(x)||_\infty$) en fonction du logarithme de n . Commentez les résultats. Quelle technique va être utilisée pour contourner ce problème ? Pourquoi ?

3 Points de Tchebychev

1. Créez la fonction `tchebyPoints(a, b, n)` qui retourne les $n+1$ points de Tchebychev dans l'intervalle $[a, b]$.
2. En ligne de commande, testez votre fonction `tchebyPoints(a, b, n)` pour différentes valeurs de a , b , et n . Vous pouvez reprendre l'exemple vu en TD.
3. Dans un nouveau script `test3.m`, représentez la fonction $f(x)$ et le résultat de votre interpolation $p_n(x)$ utilisant les points de Tchebychev pour différentes valeurs de n . Lorsque n augmente, constatez-vous le même phénomène que pour le cas de points équidistants ?

4. Représentez, dans une autre figure en fonction du logarithme de n , le logarithme de l'erreur de vos interpolations en choisissant des points d'interpolation équidistants et les points de Tchebychev. Commentez les résultats.

4 Compte rendu

Vous rédigerez un rapport synthétisant de manière logique vos diverses observations et réponses aux questions. Vous déposerez sur moodle votre rapport, en format pdf, ainsi qu'un dossier compressé contenant les différents fonctions et scripts que vous aurez créés.

5 Références

- [1] Ernst Hairer. *Polycopies du cours "Analyse Numérique"*. 05-2005. Retrieved from <http://www.unige.ch/~hairer/polycop.html>